Cours du 31.05.2021 MATIN
lundi, 31 mai 2021 10:15

Probabilités : Variables Aléatoires (ce qui décrit la loi de probabilité)

↳ $X \sim$ loi (Normale, binomiale, géométrique, ...)

$x \in \Omega \longmapsto \mathbb{P}(x)$

$\in \mathbb{N}$ ou $\in \mathbb{R}$, Ω est "fini"

CAS DISCRET :

Somme

$$\sum_{x \in \Omega}$$

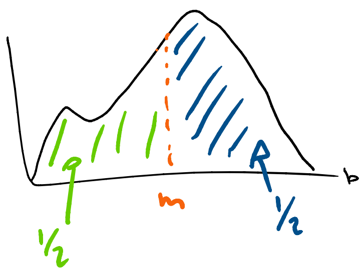
Cas CONTINU :

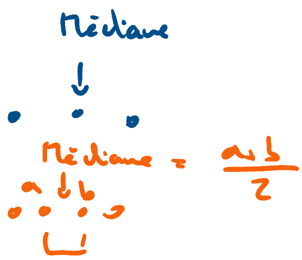
Intégrale

$$\int_{x \in \Omega} \dots \, dx$$

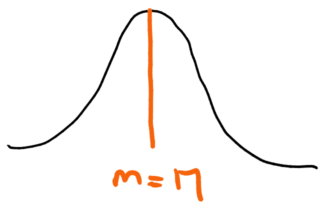
Calculs avec les variables aléatoires

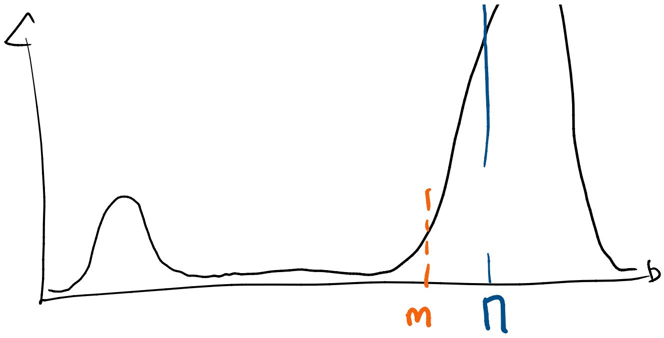
- Moyenne (espérance) M $= \sum_{x \in \Omega} \mathbb{P}(x) \cdot x$ valeur
- Médiane : la valeur m telle que $\mathbb{P}(x \leq m) = \mathbb{P}(x \geq m) = \frac{1}{2}$



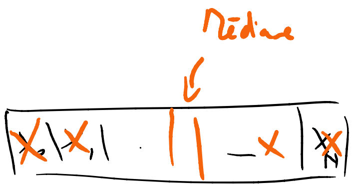


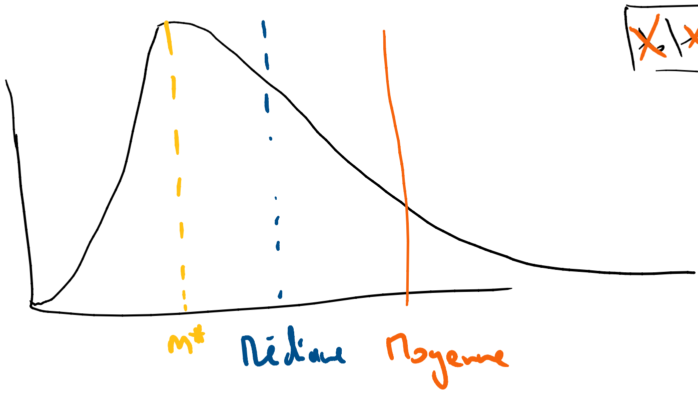
A NOTER que la médiane ET la moyenne sont toujours égales si la distribution est SYMMETRIQUE !!!





Exemple : les salaires





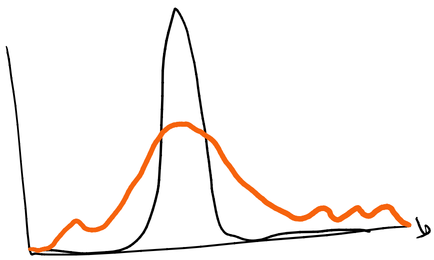
MODE => correspond à la valeur qui MAXIMISE la probabilité

$$m^* = \max_{x \in \Omega} \mathbb{P}(x)$$

La moyenne / médiane / mod suffisent à décrire ce qui se passe ?

Ω
$\downarrow$
10k valeurs

$\underbrace{m, M, m^*}_{\text{3 valeurs}}$



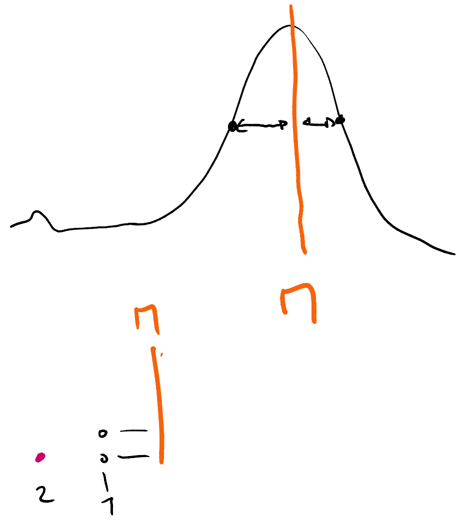
Les 3 valeurs peuvent être les mêmes !!

La moyenne "contracte" toutes les données en 1 seule valeur !! On perd toute l'information sur la manière dont les valeurs sont distribuées !

Pour mesurer l'écart à la moyenne, comment peut-on procéder ?

On va "mesurer" la différence entre la moyenne et chacune des valeurs...

$$\sigma^2 = \text{Variance}(X) = \sum_{x \in \Omega} (x - \overset{\text{moyenne}}{\mu})^2$$



La variance mesure "l'écart quadratique total à la moyenne".

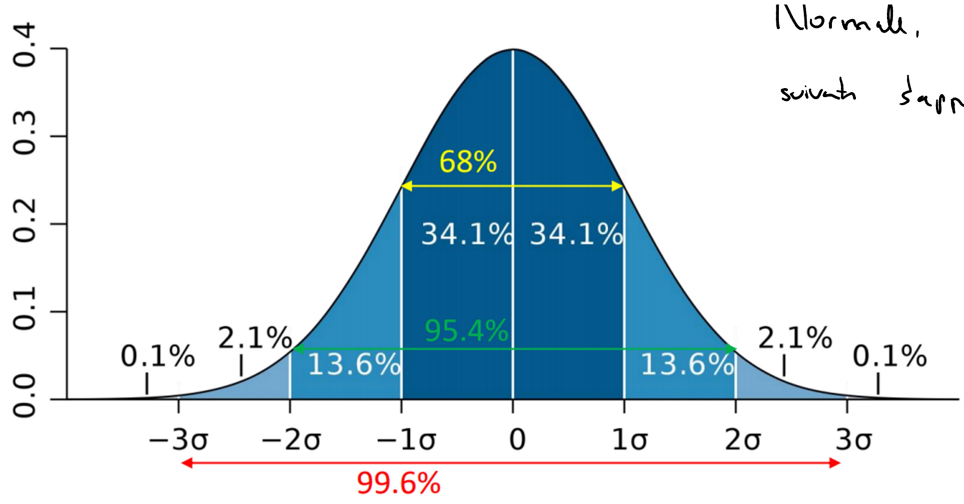
C'est une mesure de la "différence" dans population !

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(x)} = \sqrt{\sum_{x \in \Omega} (x - \mu)^2} \neq \sum_{x \in \Omega} (x - \mu)$$

Ecart-type = $\sigma = \sqrt{\text{Var}(x)}$

Il nous donne un information du type Moyenne $\pm \sigma$

Normale, les intervalles suivants s'appliquent



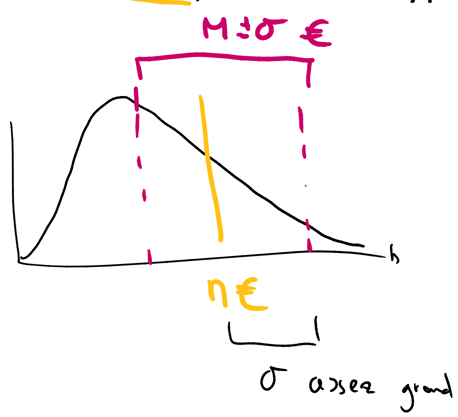
Normale, les intervalles suivants s'appliquent

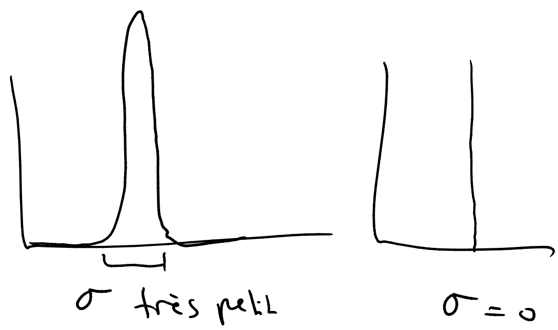
Intervalles de confiance

$m \pm \sigma \mapsto$ intervalle de confiance

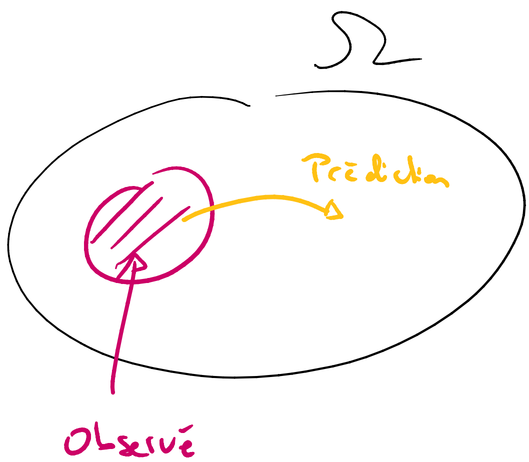
(Normale il contient 68 % des individus)

Exemple : on mesure les salaires d'une population. On dira que la moyenne du salaire est M€, et l'écart-type est de σ €.

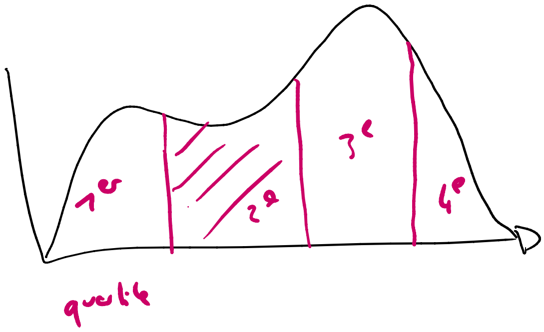




C.f. polycopié pour plus de détails…



1/4 quantiles (quartiles)



$\mathbb{P}$(1er quart) = $\mathbb{P}$(2e quartile) = ...